**Начало**

Еще раз здравствуйте уважаемые преподаватели и члены комиссии. Меня зовут Погребняк Макси. Я представляю вашему вниманию мою выпускную квалификационную работу по теме: **Моделирование движения транспортного потока**. Работа выполнена под руководством доктора физико-математических наук Кащенко Ильи Сергеевича.

**(Клик)Постановка задачи**

Проблема транспортных потоков особенно актуальна в наше время, ведь Транспорт - одна из ключевых систем городского организма, которую по важности уместно сравнить с кровоснабжением.

В рамках работы я рассмотрел некоторые уже существующие математические модели движения транспортных потоков, а также построил новую модель и с помощью компьютерных технологий применил её для моделирования движения реального транспортного потока.

**(Клик)Постановка задачи**

За более чем вековую историю исследований было создано и применено множество различных теорий и методов, а так же было создано множество различных математических моделей. Всё множество таких моделей можно разделить на три группы в зависимости от основного подхода, используемого при моделировании.

Существует множество подходов к моделированию движения транспортных потоков. В моей работе используется микроскопический подход, а именно движение транспортных средств друг за другом. Все рассмотренные существующие модели и моя собственная новая модель основаны на этом подходе. При микроскопическом подходе каждый автомобиль рассматривается как отдельная частица со своей скоростью и конечной целью.

**(Клик)Постановка задачи**

Для начала рассмотрим такие понятия как Транспортное средство и Транспортный поток

(сделать клики, что бы появлялись определения) .

Под Транспортным средством будем понимать техническое устройство для перевозки людей и/или грузов

Под транспортным потоком будем понимать количество единиц транспортных средств одного вида транспорта, проследовавших определённый участок пути в течение установленного промежутка времени

**(Клик)Постановка задачи**

В своей работе я использовал микроскопический подход

Цель моей работы – это используя законы механики, составить математическую модель движения физических объектов. В качестве их рассматриваются многоугольник в плоскости и многогранник в пространстве. Полученную модель необходимо смоделировать, используя компьютерные технологии, то есть написать программу, которая моделирует процесс движения.

**(Клик)Движение многоугольника в плоскости**

Сначала построим модель для движения многоугольника. Для частного случая, когда количество вершин многоугольника равно 2 модель уже была мной построена, но в качестве задания для курсовой работы, теперь рассмотрим общий случай, когда количество вершин произвольное.

**(Клик)Виды движение многоугольника в плоскости**

Очевидно, что наш многоугольник - это твёрдое тело, поэтому его движение будем рассматривать как суперпозицию движения центра масс и вращательного движения вокруг его центра масс. Центр масс при этом движется так же, как двигалось бы тело с такой же массой, но бесконечно малыми размерами. Последнее означает, что для описания этого движения применимы все законы Ньютона. Поэтому не будем учитывать размеры и форму многоугольника, а будем рассматривать только движение его центра масс.

**Клик1**

Полное движение многоугольника можно разделить на два: свободное падение, и падение на плоскость

При первом типе движения, на тело действует лишь сила тяжести, обусловленная законами гравитации.

**Клик2**

При касании телом плоскости, появляются дополнительно сила реакции опоры и сила трения. Согласно третьему закону Ньютона твёрдая поверхность действует на тело с точно такой же силой, что и тело на поверхность. Эта сила и есть реакция опоры. Природа возникновения силы обосновывается на молекулярном уровне.

Вторая сила возникает, когда соприкасающиеся тела перемещаются относительно друг друга, и называется силой трения. В нашем случае сила трения выражается через силу реакции опоры, путем проекции ее на ось абсцисс.

**(Клик)Системы уравнений, описывающие** **движение многоугольника**

Сначала введём релейную функцию, которая позволит не рассматривать отдельные системы для каждого движения. Она принимает значение 0, когда многоугольник не касается плоскости и 1, когда есть касание, таким образом релейная функция имеет вид, представленный на слайде

**Клик1**

С её помощью получаем общую модель для движения центра масс многоугольника.

**Клик2**

Обозначения, использующиеся в системе приведены в таблице на экране:

**Клик3**

Эту систему можно считать общей моделью поведения многоугольника в плоскости. Так как рассмотренные в системе силы существуют всегда, не зависимо от сложности движения.

**(Клик)Модель движения многогранника в пространстве**

Теперь перейдём к трехмерному случаю и будем рассматривать движение многогранника в пространстве.

**(Клик)Виды движение многогранника в пространстве**

Аналогично случаю многоугольника, будем рассматривать движение как суперпозицию движения центра масс и вращательного движения вокруг его центра масс. Полное движение многогранника можно разделить на три.

**Клик1**

Свободное падение.

**Клик2**

Касание плоскости одной вершиной.

**Клик3**

И касание плоскости двумя вершинами.

Силы, возникающие на всех этапах движения аналогичны двумерному случаю, то есть при свободном падении на тело действует только лишь сила тяготения, при движениях с касанием дополнительно появляются сила реакции опоры и, выражающаяся через неё, сила трения.

**(Клик)Системы уравнений, описывающие** **движение многогранника**

Аналогично введем релейную функцию

И получим общую модель для движения центра масс многогранника.

**Клик1**

Обозначения, использующиеся в системе так приведены в таблице, вы можете увидеть их на экране

**(Клик)Обратный переход от центра масс к угловым координатам**

В самом начале был осуществлён переход от координат вершин многоугольника к центру масс системы, динамике которого посвящены предыдущие слайды. Но отслеживание места положения центра масс не решает поставленную задачу в полном объёме, так как многоугольник задаётся координатами своих вершин, и необходимо выполнить обратный переход. Двумерный случай разберем подробно.

**(Клик)Обратный переход в момент свободного падения**

Свободное падение в геометрическом смысле можно считать параллельным переносом многоугольника в плоскости, поэтому можно использовать элементарные формулы, где

* координаты центра масс
* это расстояние между центром масс и первоначальной координатой вершины
* theta - это угол, образованный вектором, направленным в сторону отрицательного направления оси абсцисс и вектором, соединяющим центр масс и вершину, обозначенные как вектора a и b соответственно

Но для случая движения по плоскости эти формулы уже не годятся, так как они точны при простом движении, но при движении с касанием будут давать значительную погрешность.

**Клик1**

Поэтому произведем некоторые манипуляции с многоугольником, а именно соединим каждую вершину многоугольника с центром. Координату коснувшейся точки элементарно определить, зная расстояние от центра масс до коснувшейся точки и тот факт, что при касании координата по оси ординат равна нулю. Таким образом получаем уже две точки с известными координатами. Остальные будем вычислять последовательно.

**(Клик)Обратный переход в момент касания**

Но прежде чем написать формулу вычисления остальных вершин введем следующую формулу. Она вычисляет значение арктангенса и определяет квадрант в котором находится угол. Как правило, она является встроенной во многие языки программирования, поэтому нет смысла ее реализовывать самостоятельно.

**Клик1**

Используя все вышеперечисленное получаем формулы для вычисления всех вершин многоугольника.

Существует два вида последовательного нахождения всех вершин: по часовой стрелке и против

В данных формулах

используются те же обозначения, а chi (Хи) - угол с вершиной в центре масс, образованный двумя отрезками, соединяющими центр масс и вершины. Все эти значения константы и вычислить их можно ещё до начала движения многоугольника.

**Клик2**

Обобщая все получаем **Формулы для обратного переход от к угловым координатам**

**(Клик)Переход от теоретической части к практической**

Полученные системы дифференциальных уравнений имеют достаточно нетривиальное физическое обоснование, но с математической точки зрения эти модели представляют собой набор систем обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, которые элементарно решаются численными методами.

**(Клик)Реализация**

Для математической модели важно не только аналитическое обоснование, но и практическое применение. Поэтому для демонстрации выше приведённых моделей была написана программа.

**(Клик)При разработке использовались следующие технологии:**

В ходе разработки были использованы следующие технологии это

* язык программирования C#
* язык программирования Python
* Библиотека Matplotlib для Python
* IronPython
* Утилита Ngen
* Текстовый формат обмена данными JSON

**(Клик)Метод Рунге-Кутты**

Основным функционалом кода является метод Рунге-Кутты, который служит для численного решения систем дифференциальных уравнений. На слайде представлен код класса, реализующего данный метод.

**Клик1**

На слайде представлены скриншоты работы программы, которые показывают все этапы падения многоугольника на плоскость

1. Изначально пользователь задает начальное положение многоугольника и коэффициент трения поверхности
2. Затем многоугольник начинает свободное падение из своего начального положения
3. Дойдя до момента первого касания, релейная функция переключается и начинается падение с касанием
4. Выполнение программы завершается, когда хотя бы две вершины многоугольника коснулись поверхности

**Клик2**

Трехмерный случай аналогичен двумерному за исключением того, что выполнение программы прекращается при касании плоскости хотя бы тремя вершинами

Полученная программа представляет собой хороший инструмент для решения каких-либо реальных задач, причём, из-за проведённого рефакторинга и оптимизации, её будет легко продолжать разрабатывать и добавлять нужный функционал.

**(Клик)Заключение**

В ходе работы удалось получить две фундаментальные формулы, которые наиболее точно моделируют динамику движения объектов как в плоскости, так и в пространстве. Так же на основе этих моделей была написана программа, которая численно решает формулы и рисует полученную динамику. Усложнение динамики не сильно усложнит ни системы, ни программу, поэтому можно считать их фундаментальными, и на их основе построить более сложную динамику движения физических объектов.

**(Клик)Демонстрация**

Ну а теперь небольшая демонстрация работы программы. Если есть вопросы, то я с радостью на них отвечу.

**Спасибо за внимание**

Спасибо за внимание